

Proposta d'activitat

Títol: Sumem angles

Imatge:



Agrupament:

Es pot treballar individualment o per parelles. En el dos casos, després d'experimentar, caldrà posar en comú les regularitats observades. La demostració del tercer cas es farà conjuntament tot el grup.

Material:

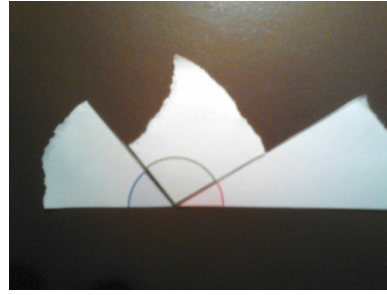
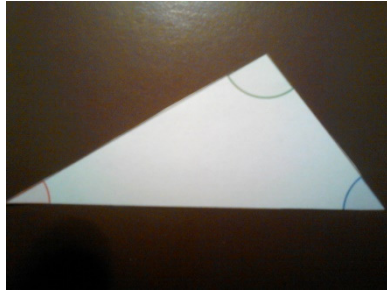
Estris de dibuix i estisores. També s'usarà el GeoGebra.

Descripció:

La proposta té tres parts:

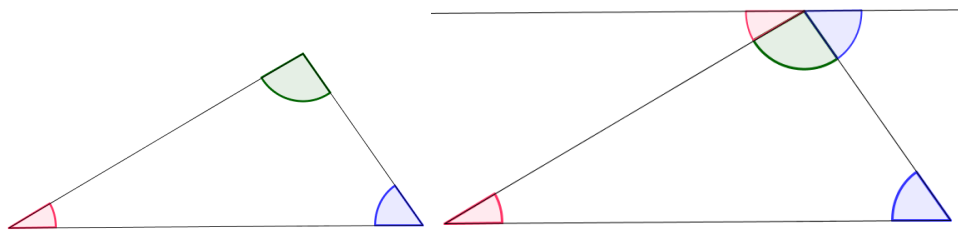
1a part

Es demanarà als alumnes que dibuixin un triangle en un full de paper, que el retallin i que assenyalin els tres angles en color. Així tindrem tot un conjunt de triangles diferents. Després demanarem que trenquin cada angle (millor esquinçar-lo que tallar-lo ja que la irregularitat del contorn de tall fa que l'únic angle que queda ben definit en cada peça sigui el del triangle original) i que ajuntin els tres angles obtinguts.



Malgrat que cada alumne haurà dibuixat un triangle diferent tothom observarà que, en ajuntar els tres angles, s'obté un angle pla. Així haurem descobert que la suma dels tres angles d'un triangle val 180° . Per tal de perfilar el concepte serà bo que posem en comú la descoberta i que l'expressem en una breu frase que quedi a la pissarra o en els quaderns.

Després, per acabar de consolidar la propietat observada, experimentarem amb GeoGebra canviant el triangle i observant que la suma dels tres angles sempre és de 180° . Acabarem aquest camí fent la demostració gràfica (vegis la imatge) que dóna categoria de propietat a la nostra conjectura.



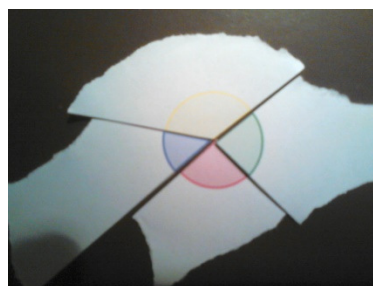
Observis el procés que s'ha seguit d'**experimentació**, **descoberta**, **conceptuació** i **demostració**. A vegades les propietats matemàtiques s'enuncien i es demostren tot seguit. En aquest cas l'ordre és ben diferent: l'alumne primer experimenta i descobreix personalment la propietat, la entén i l'expressa amb precisió i tan sols després es fa la demostració com una necessitat natural per donar-hi validesa general.

Aquesta activitat pot complementar-se amb una reflexió sobre el fet que la propietat deduïda tan sols és vàlida per a triangles plans però que no ho és per a triangles sobre l'esfera. N'hi prou en dibuixar un triangle com el de la imatge sobre una pilota i observar que presenta tres angles rectes de manera que la suma dels seus angles val 270° .



2a part

Ara es demanarà als alumnes que dibuixin un quadrilàter en un full de paper, que el retallin i que assenyalin clarament els angles. Després demanarem que separin cada angle i que col·loquin de manera consecutiva els quatre angles obtinguts. Descobriran que, en qualsevol dels quadrilàters que han retallat els alumnes, la suma dels quatre angles val 360° .

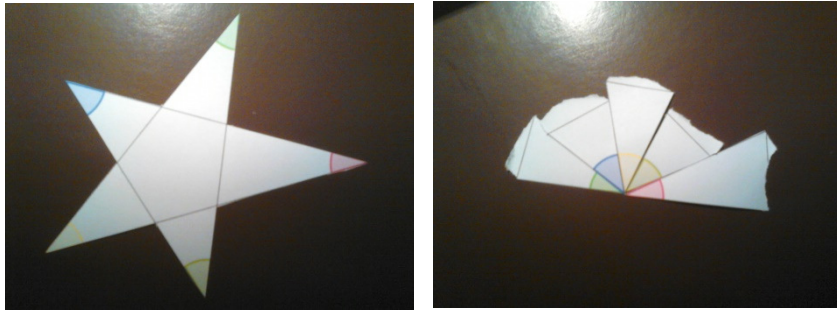


Novament es pot experimentar amb GeoGebra per veure si aquesta propietat és manté invariant en anar variant el quadrilàter. Això ens fa pensar que pot ser una conjectura plausible el que els angles de qualsevol quadrilàter sumen 360° .

En aquest cas podem convidar als alumnes a trobar una demostració. N'hi haurà prou en dividir el quadrilàter en dos triangles i aplicar el fet que la suma d'angles d'un dels triangles val 180° , com acabem de deduir.

3a part

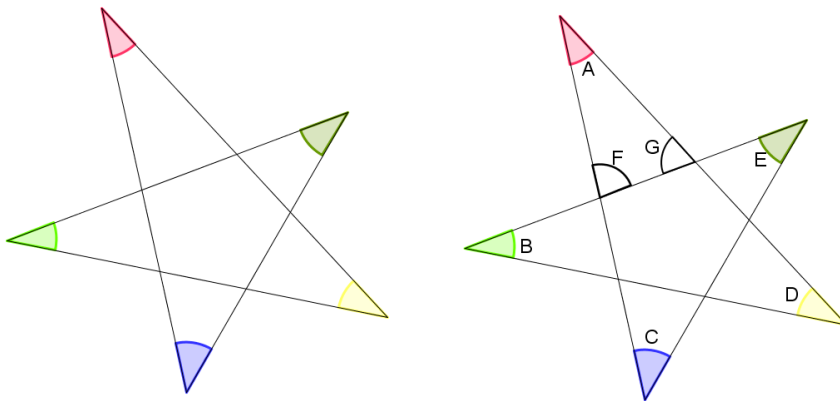
Ara demanarem als alumnes que, amb el regle, dibuixin una estrella de cinc puntes com la de la imatge, assenyalin els angles de les cinc puntes de l'estrella i aventurin una conjectura sobre la seva suma. Després els convidarem a retallar l'estrella i, com en els casos anteriors, col·locar els angles de manera consecutiva. Observaran (probablement amb certa sorpresa) que, per a les diferents estrelles que han dibuixat i retallat, la suma dels angles sempre serà de 180° . Ho havíem conjejurat al principi?



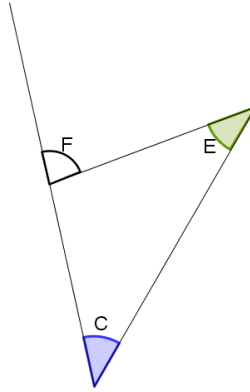
Emprant el GeoGebra podrem comprovar que aquesta propietat es manté en canviar l'estrella com es vulgui. És el moment de perfilar bé el que s'acaba de descobrir expressant-ho amb una frase consensuada. Novament hem fet un trajecte d'experimentació, descoberta i conceptualització, observant una regularitat que està pendent de demostrar.

En aquest cas la demostració és especialment elegant. Malgrat que no fa servir idees gens complicades té un punt d'artificialitat que fa difícil que pugui ser ideada del tot pels alumnes. Tanmateix, si el professor va guiant el procés, podran anar participant en la demostració sense problemes i fins i tot anticipar alguns passos.

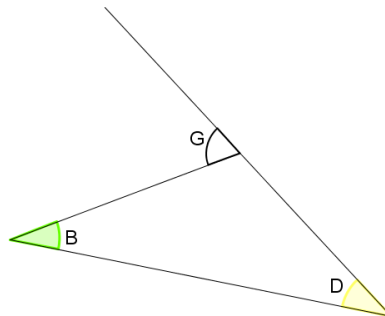
Partim de l'estrella de cinc puntes i assenyalem els angles A, B, C, D i E de les puntes. També assenyalem els angles F i G que es mostren en la figura.



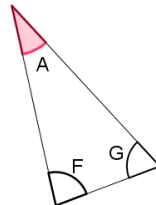
Observant tan sols el triangle de la figura següent deduirem que $F = E + C$ (ja que els tres angles del triangle sumen 180° i l'angle F més l'angle del triangle que no està assenyalat també suma 180°):



Atenent ara tan sols al triangle de la figura que segueix, per la mateixa raó, deduirem que $G = B + D$.



Finalment posem la nostra atenció en una altra part de l'estrella, el triangle:



Atès que la suma d'angles d'un triangle és 180° tindrem:

$$180^\circ = A + F + G = A + (E + C) + (B + D) = A + B + C + D + E$$

El que volíem demostrar!

Continguts més rellevants que es tracten:

Triangles i quadrilàters. Angles interiors. Suma d'angles d'un triangle i d'un quadrilàter. Suma d'angles d'una estrella pentagonal. Construccions geomètriques amb GeoGebra. Raonament geomètric.

Dimensions i competències que es poden treballar especialment:

Aquesta proposta d'activitat pot contribuir a treballar la competència 5 de la dimensió de raonament i prova (Construir, expressar i contrastar argumentacions per justificar i validar les afirmacions que es fan en matemàtiques) així com la competència 11 de la dimensió de comunicació i representació (Emprar la comunicació i el treball col·laboratiu per compartir i construir coneixement a partir d'idees matemàtiques). En cas d'emprar el GeoGebra també es cultivarà la competència 12 de la dimensió de comunicació i representació (Seleccionar i usar tecnologies diverses per gestionar i mostrar informació, i visualitzar i estructurar idees o processos matemàtics).

Comentaris i referències:

Observis que cadascuna de les tres parts d'aquesta proposta segueix un procés d'**experimentació, descoberta, conceptuació i demostració**. Un camí d'aquest tipus és competencialment molt ric, dóna més significat al resultat que *es descobreix* de manera directa i posa de manifest un model constructiu del coneixement matemàtic. També subratlla la importància de distingir entre conjectura, procedent de l'experimentació, i propietat demostrada tot donant valor tant al procés d'experimentar per descobrir regularitats com al procés de demostrar per atorgar-hi generalitat.

Es poden consultar també les propostes de l'ARC *Suma dels angles interiors d'un triangle* (<http://apliense.xtec.cat/arc/node/950>) i *Suma dels angles interiors d'un quadrilàter* (<http://apliense.xtec.cat/arc/node/951>).